अध्याय 5

समांतर श्रेढ़ी

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- एक समांतर श्रेढ़ी (AP) संख्याओं की एक ऐसी सूची होती है जिसमें प्रत्येक पद अपने से पिछले पद में (प्रथम पद a को छोड़ कर) एक निश्चित संख्या d जोड़ कर प्राप्त होता है। यह निश्चित संख्या d इस AP का सार्व अंतर कहलाती है। एक AP का व्यापक रूप $a, a + d, a + 2d, a + 3d,...$ है।

- संख्याओं $a_1, a_2, a_3,...$ की सूची में, यदि अंतर $a_2 - a_1, a_3 - a_2, a_4 - a_3,...$एक ही मान दें, अर्थात् k के विभिन्न मानों के लिए $a_{k+1} - a_k$ एक ही हो, तो प्राप्त संख्याओं की सूची एक AP होती है।

- किसी AP का nवाँ पद (या व्यापक पद) $a_n = a + (n - 1) d$ होता है, जहाँ a प्रथम पद और d सार्व अंतर है। ध्यान दीजिए कि $a_1 = a$ है।

- किसी AP के प्रथम n पदों का योग S_n निम्नलिखित से प्राप्त होता है:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1) d]$$

यदि n पदों वाली AP का अंतिम पद l है, तो इसके सभी पदों का योग निम्नलिखित से भी प्राप्त किया जा सकता है:

$$S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

कभी-कभी S_n को S से भी व्यक्त किया जाता है।

- यदि किसी AP के प्रथम n पदों का योग S_n हो, तो इस AP का nवाँ पद a_n निम्नलिखित से प्राप्त होता है:

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

(B) बहु विकल्पीय प्रश्न

दिए हुए चार विकल्पों में से सही उत्तर चुनिए:

प्रतिदर्श प्रश्न 1 : AP : 5, 8, 11, 14, ... का 10वाँ पद है

(A) 32 (B) 35 (C) 38 (D) 185

हल : उत्तर (A)

प्रतिदर्श प्रश्न 2 : किसी AP में, यदि $a = -7.2$, $d = 3.6$ और $a_n = 7.2$ है, तो n का मान है

(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5

हल : उत्तर (D)

प्रश्नावली 5.1

दिए हुए चार विकल्पों में से सही उत्तर चुनिए :

1. किसी AP में, यदि $d = -4$, $n = 7$ और $a_n = 4$ है, तो a का मान है

(A) 6 (B) 7 (C) 20 (D) 28

2. किसी AP में, यदि $a = 3.5$, $d = 0$ और $n = 101$ है, तो a_n बराबर है

(A) 0 (B) 3.5 (C) 103.5 (D) 104.5

3. संख्याओं – 10, – 6, – 2, 2,... की सूची

(A) $d = -16$ वाली एक AP है

(B) $d = 4$ वाली एक AP है

(C) $d = -4$ वाली एक AP है

(D) एक AP नहीं है

4. AP : $-5, \frac{-5}{2}, 0, \frac{5}{2}, \ldots$ का 11वाँ पद है

(A) –20 (B) 20 (C) –30 (D) 30

5. उस AP, जिसका प्रथम पद –2 और सार्व अंतर –2 है, के प्रथम चार पद हैं

(A) – 2, 0, 2, 4

(B) – 2, 4, – 8, 16

(C) – 2, – 4, – 6, – 8

(D) – 2, – 4, – 8, –16

6. उस AP, जिसके प्रथम दो पद –3 और 4 हैं, का 21वाँ पद है

(A) 17 (B) 137 (C) 143 (D) –143

7. यदि किसी AP का दूसरा पद 13 और 5वाँ पद 25 है, तो उसका 7वाँ पद क्या है?

(A) 30 (B) 33 (C) 37 (D) 38

8. AP: 21, 42, 63, 84,... का कौन–सा पद 210 है?

(A) 9वाँ (B) 10वाँ (C) 11वाँ (D) 12वाँ

9. यदि किसी AP का सार्व अंतर 5 है, तो $a_{18} - a_{13}$ क्या है?

(A) 5 (B) 20 (C) 25 (D) 30

10. उस AP का सार्व अंतर क्या है, जिसमें $a_{18} - a_{14} = 32$ है?

(A) 8 (B) – 8 (C) – 4 (D) 4

11. दो समांतर श्रेढ़ियों का एक ही सार्व अंतर है। इनमें से एक का प्रथम पद –1 और दूसरी का प्रथम पद – 8 है। तब, इनके चौथे पदों के बीच का अंतर है

(A) –1 (B) – 8 (C) 7 (D) –9

12. यदि किसी AP के 7 वें पद का 7 गुना उसके 11वें पद के 11 गुने के बराबर हो, तो उसका 18वाँ पद होगा

(A) 7 (B) 11 (C) 18 (D) 0

13. AP: –11, –8, –5, ..., 49 के अंत से चौथा पद है

(A) 37 (B) 40 (C) 43 (D) 58

14. प्रथम 100 प्राकृत संख्याओं के योग को ज्ञात करने से संबद्ध प्रसिद्ध गणितज्ञ है

(A) पाइथागोरस (B) न्यूटन

(C) गॉस (D) यूक्लिड

15. यदि किसी AP का प्रथम पद –5 और सार्व अंतर 2 है, तो उसके प्रथम 6 पदों का योग है

(A) 0 (B) 5 (C) 6 (D) 15

16. AP: 10, 6, 2,... के प्रथम 16 पदों का योग है

(A) –320 (B) 320 (C) –352 (D) –400

17. किसी AP में, यदि $a = 1$, $a_n = 20$ और $S_n = 399$ हों, तो n बराबर है

(A) 19 (B) 21 (C) 38 (D) 42

18. 3 के प्रथम पाँच गुणजों का योग है

(A) 45 (B) 55 (C) 65 (D) 75

(C) तर्क के साथ संक्षिप्त उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1: AP: 10, 5, 0, –5, ... का सार्व अंतर d, 5 के बराबर है।

औचित्य के साथ बताइए कि यह कथन सत्य है या असत्य।

हल :

$$a_2 - a_1 = 5 - 10 = -5$$
$$a_3 - a_2 = 0 - 5 = -5$$
$$a_4 - a_3 = -5 - 0 = -5$$

यद्यपि संख्याओं की दी हुई सूची एक AP बनाती है, परंतु इसका सार्व अंतर $d = -5$ है, न कि $d = 5$

अतः, दिया हुआ कथन असत्य है।

प्रतिदर्श प्रश्न 2 : दिव्या ने 1000 रु 10% वार्षिक की दर से चक्रवृद्धि ब्याज पर जमा कराए। प्रथम वर्ष, दूसरे वर्ष, तीसरे वर्ष, ..., के अंत में मिश्रधन एक AP बनाते हैं। अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

हल : प्रथम वर्ष के अंत में मिश्रधन = 1100 रु

दूसरे वर्ष के अंत में मिश्रधन= 1210 रु

तीसरे वर्ष के अंत में मिश्रधन= 1331 रु इत्यादि।

इस प्रकार, प्रथम वर्ष, दूसरे वर्ष, तीसरे वर्ष, ... के अंत में मिश्रधन (रुपयों में) है:

1100, 1210, 1331, ...

यहाँ $a_2 - a_1 = 110$

$a_3 - a_2 = 121$

क्योंकि $a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$ है, इसलिए इन मिश्रधनों से एक AP नहीं बनती है।

प्रतिदर्श प्रश्न 3: किसी AP का nवाँ पद n^2+1 नहीं हो सकता। अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

हल :

यहाँ, $a_n = n^2 + 1$

अतः, $a_1 = 1^2 + 1 = 2$

$a_2 = 2^2 + 1 = 5$

$a_3 = 3^2 + 1 = 10$

$\vdots$

इन संख्याओं की सूची 2, 5, 10, ...है।

यहाँ, $5-2 \neq 10-5$ है। अतः, किसी AP का nवाँ पद n^2+1 नहीं हो सकता।

वैकल्पिक हल 1:

हम जानते है कि एक AP में, $d = a_n - a_{n-1}$ होता है।

यहाँ, $a_n = n^2 + 1$

अतः, $a_n - a_{n-1} = (n^2+1) - (n-1)^2 + 1$

$= 2n - 1$

क्योंकि $a_n - a_{n-1}$, n पर निर्भर है, इसलिए d एक निश्चित या अचर संख्या नहीं हो सकती।

अतः, $a_n = n^2 + 1$, किसी AP का nवाँ पद नहीं हो सकता।

वैकल्पिक हल 2:

हम जानते हैं कि किसी AP में, $a_n = a + (n-1)d$ होता है। हम देखते हैं कि a_n चर n में एक रैखिक बहुपद है।

यहाँ, $a_n = n^2 + 1$, चर n में एक रैखिक बहुपद नहीं है। अतः,यह किसी AP का nवाँ पद नहीं हो सकता।

प्रश्नावली 5.2

1. निम्नलिखित में कौन एक AP बनाते हैं? अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

(i) $-1, -1, -1, -1, \ldots$

(ii) $0, 2, 0, 2, \ldots$

(iii) $1, 1, 2, 2, 3, 3, \ldots$

(iv) $11, 22, 33, \ldots$

(v) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots$

(vi) $2, 2^2, 2^3, 2^4, \ldots$

(vii) $\sqrt{3}, \sqrt{12}, \sqrt{27}, \sqrt{48}, \ldots$

2. औचित्य के साथ बताइए कि क्या यह कहना सत्य है कि $-1, -\frac{3}{2}, -2, \frac{5}{2}, \ldots$ से एक AP बनती है, क्योंकि $a_2 - a_1 = a_3 - a_2$ है।

3. AP: $-3, -7, -11, \ldots$ के लिए, क्या हम a_{30} और a_{20} को वास्तव में बिना ज्ञात किए सीधे $a_{30} - a_{20}$ ज्ञात कर सकते हैं? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए।

4. दो समांतर श्रेढ़ियों का एक ही सार्व अंतर है। एक समांतर श्रेढ़ी का प्रथम पद 2 है और दूसरी का प्रथम पद 7 है। उनके दसवें पदों का अंतर वही है जो उनके 21वें पदों का अंतर है और यह वही है जो उनके किन्हीं दो संगत पदों का अंतर है। क्यों?

5. क्या AP: 31, 28, 25, ...का 0 कोई पद है? अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

6. जब प्रथम किलोमीटर का टैक्सी का किराया 15 रु है और प्रत्येक अतिरिक्त किलोमीटर का किराया 8 रु है, तो प्रत्येक किलोमीटर के बाद टैक्सी के किराए से AP नहीं बनती है, क्योंकि प्रत्येक किलोमीटर के बाद कुल किराया (रु में) निम्नलिखित है:

15, 8, 8, 8, ...

क्या यह कथन सत्य है? कारण दीजिए।

7. निम्नलिखित स्थितियों में से किन में, संबद्ध संख्याओं की सूची से एक AP बनती है? अपने उत्तरों के लिए कारण दीजिए।

(i) किसी स्कूल द्वारा प्रत्येक विद्यार्थी से पूरे सत्र में प्रत्येक महीने में लिया गया शुल्क, जब कि मासिक शुल्क 400 रु है।

(ii) किसी स्कूल द्वारा कक्षा I से XII तक से प्रत्येक मास में लिया गया शुल्क, जबकि कक्षा I का मासिक शुल्क 250 रु है तथा यह प्रत्येक अगली कक्षा के लिए 50 रु बढ़ता जाता है।

(iii) वरुण के खाते में प्रत्येक वर्ष के अंत में जमा राशि, जब कि खाते में 1000 रु 10% वार्षिक साधारण ब्याज की दर से जमा किए गए हैं।

(iv) किसी खाद्य पदार्थ में प्रत्येक सेकंड के बाद जीवाणुओं की संख्या, जब कि वे प्रत्येक सेकंड में दुगुने हो जाते हैं।

8. औचित्य देते हुए बताइए कि क्या यह कहना सत्य है कि निम्नलिखित किसी AP के nवें पद हैं:

(i) $2n-3$ (ii) $3n^2+5$ (iii) $1+n+n^2$

(D) संक्षिप्त उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1: यदि संख्याएँ $n-2$, $4n-1$ और $5n+2$ किसी AP में हैं, तो n का मान ज्ञात कीजिए।

हल : क्योंकि $n-2$, $4n-1$, $5n+2$ किसी AP में हैं, इसलिए

$$(4n-1)-(n-2)=(5n+2)-(4n-1)$$

अर्थात् $3n+1=n+3$

अर्थात् $n=1$

प्रतिदर्श प्रश्न 2: AP : $-11, -7, -3, \ldots, 49$ के बीचो-बीच (मध्य) वाला (वाले) पद (पदों) का (के) मान ज्ञात कीजिए।

हल : यहाँ, $a=-11$, $d=-7-(-11)=4$, $a_n=49$

हमें प्राप्त है: $a_n=a+(n-1)\,d$

अत: , $49=-11+(n-1)\times 4$

अर्थात्, $60=(n-1)\times 4$

अर्थात्, $n=16$

क्योंकि n एक सम संख्या है, इसलिए यहाँ दो मध्य पद $\frac{16}{2}$वें और $\frac{16}{2}+1$ वें होंगे,

अर्थात् ये 8वें और 9वें पद होंगे।

अब $a_8=a+7d=-11+7\times 4=17$

$$a_9 = a + 8d = -11 + 8 \times 4 = 21$$

अत:, बीचो-बीच वाले मध्य पदों के मान क्रमश: 17 और 21हैं।

प्रतिदर्श प्रश्न 3: किसी AP के प्रथम तीन पदों का योग 33 है। यदि पहले और तीसरे पदों का गुणनफल दूसरे पद से 29 अधिक है, तो वह AP ज्ञात कीजिए।

हल : मान लीजिए कि AP के उपरोक्त तीन पद $a - d, a, a + d$ हैं।

अत:, $a - d + a + a + d = 33$

या $a = 11$

साथ ही, $(a - d)(a + d) = a + 29$

अर्थात् $a^2 - d^2 = a + 29$

अर्थात् $121 - d^2 = 11 + 29$

अर्थात् $d^2 = 81$

अर्थात् $d = \pm 9$

अत:, यहाँ दो AP होंगी, जो 2, 11, 20, ... और 20, 11, 2, ...हैं।

प्रश्नावली 5.3

1. स्तंभ A में दी हुई प्रत्येक AP को स्तंभ B में दिए उपयुक्त सार्व अंतर से सुमेलित कीजिए:

	स्तंभ A		स्तंभ B
(A_1)	2, –2, –6, –10,...	(B_1)	$\frac{2}{3}$
(A_2)	$a = -18, n = 10, a_n = 0$	(B_2)	–5
(A_3)	$a = 0, a_{10} = 6$	(B_3)	4
(A_4)	$a_2 = 13, a_4 = 3$	(B_4)	–4
		(B_5)	2
		(B_6)	$\frac{1}{2}$
		(B_7)	5

2. सत्यापित कीजिए कि निम्नलिखित में से प्रत्येक एक AP है और फिर उसके अगले तीन पद लिखिए :

(i) $0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4},...$

(ii) $5, \frac{14}{3}, \frac{13}{3}, 4,...$

(iii) $\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 3\sqrt{3},....$

(iv) $a + b, (a + 1) + b, (a + 1) + (b + 1), ...$

(v) $a, 2a + 1, 3a + 2, 4a + 3,...$

3. प्रत्येक AP के प्रथम तीन पद लिखिए, जिनके a और d नीचे दिए हैं :

(i) $a = \frac{1}{2}, d = -\frac{1}{6}$

(ii) $a = -5, d = -3$

(iii) $a = \sqrt{2}, d = \frac{1}{\sqrt{2}}$

4. a, b और c के ऐसे मान ज्ञात कीजिए कि संख्याएँ $a, 7, b, 23, c$ एक AP में हों।

5. वह AP निर्धारित कीजिए जिसका पाँचवाँ पद 19 है तथा आठवें पद का तेरहवें पद से अंतर 20 है।

6. किसी AP के 26 वें, 11वें और अंतिम पद क्रमश: 0, 3 और $-\frac{1}{5}$ हैं। इसका सार्व अंतर और पदों की संख्या ज्ञात कीजिए।

7. किसी AP के 5वें और 7वें पदों का योग 52 है तथा 10वाँ पद 46 है। वह AP ज्ञात कीजिए।

8. उस AP का 20वाँ पद ज्ञात कीजिए जिसका 7वाँ पद 11वें पद से 24 कम है और प्रथम पद 12 है।

9. यदि किसी AP का 9वाँ पद शून्य है, तो सिद्ध कीजिए कि उसका 29वाँ पद उसके 19वें पद का दुगुना होगा।

10. ज्ञात कीजिए कि 55 एक AP : 7, 10, 13, ... का पद है या नहीं। यदि हाँ, तो ज्ञात कीजिए कि यह कौन-सा पद है।

11. k का मान ज्ञात कीजिए ताकि $k^2+4k+8,\ 2k^2+3k+6,\ 3k^2+4k+4$ किसी AP के तीन क्रमागत पद हों।

12. 207 को तीन ऐसे भागों में विभक्त कीजिए कि ये भाग एक AP में हों तथा दो छोटे भागों का गुणनफल 4623 हो।

13. किसी त्रिभुज के कोण एक AP में हैं। सबसे बड़ा कोण सबसे छोटे कोण का दुगुना है। त्रिभुज के सभी कोण ज्ञात कीजिए।

14. यदि दो समांतर श्रेढ़ियों 9, 7, 5 ... और 24, 21, 18, ... के nवें पद एक ही हैं, तो n का मान ज्ञात कीजिए। साथ ही, वह पद भी ज्ञात कीजिए।

15. यदि किसी AP के तीसरे और 8वें पदों का योग 7 है तथा 7वें और 14वें पदों का योग –3 है, तो उसका 10वाँ पद ज्ञात कीजिए।

16. AP: –2, –4, –6,..., –100 का अंत से 12वाँ पद ज्ञात कीजिए।

17. AP: 53, 48, 43,.. में प्रथम ऋणात्मक पद कौन-सा होगा?

18. 10 और 300 के बीच में स्थित ऐसी कितनी संख्याएँ हैं, जिनको 4 से भाग देने पर शेषफल 3 रहता है?

19. AP: $-\frac{4}{3}, -1, -\frac{2}{3}, ..., 4\frac{1}{3}$ के दोनों मध्य पदों का योग ज्ञात कीजिए।

20. किसी AP का प्रथम पद –5 और अंतिम पद 45 है। यदि इस AP के पदों का योग 120 हो, तो पदों की संख्या और सार्व अंतर ज्ञात कीजिए।

21. योग ज्ञात कीजिए :

(i) $1 + (-2) + (-5) + (-8) + ... + (-236)$

(ii) $4-\frac{1}{n} + 4-\frac{2}{n} + 4-\frac{3}{n} + ...$ n पदों तक

(iii) $\frac{a-b}{a+b}+\frac{3a-2b}{a+b}+\frac{5a-3b}{a+b}+\cdots$ 11 पदों तक

22. AP: –2, –7, –12,... का कौन-सा पद –77 है? पद –77 तक इस AP का योग ज्ञात कीजिए।

23. यदि $a_n = 3 - 4n$ हो, तो दर्शाइए कि $a_1, a_2, a_3, ...$ एक AP बनाते हैं। S_{20} भी ज्ञात कीजिए।

24. किसी AP में, यदि $S_n = n(4n + 1)$ है, तो AP ज्ञात कीजिए।

25. किसी AP में यदि $S_n = 3n^2 + 5n$ और $a_k = 164$ है, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

26. यदि S_n किसी AP के प्रथम n पदों का योग व्यक्त करता है, तो सिद्ध कीजिए कि

$S_{12} = 3(S_8 - S_4)$ है।

27. उस AP के प्रथम 17 पदों का योग ज्ञात कीजिए, जिसके चौथे और 9वें पद क्रमशः –15 और –30 हैं।

28. यदि किसी AP के प्रथम 6 पदों का योग 36 है तथा प्रथम 16 पदों का योग 256 है, तो उसके प्रथम 10 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

29. उस AP के सभी 11 पदों का योग ज्ञात कीजिए, जिसका मध्य पद 30 है।

30. AP: 8, 10, 12,..., 126 के अंतिम 10 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

31. ऐसी प्रथम सात संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए, जो 2 का गुणज हैं और 9 का भी गुणज हैं। [**संकेत :** 2 और 9 का LCM ज्ञात कीजिए।]

32. AP: –15, –13, –11,... का योग –55 बनाने के लिए इसके कितने पदों की आवश्यकता होगी? दो उत्तर प्राप्त होने का कारण स्पष्ट कीजिए।

33. प्रथम पद 8 और सार्व अंतर 20 वाली एक AP के प्रथम n पदों का योग एक अन्य AP के प्रथम $2n$ पदों के योग के बराबर है, जिसका प्रथम पद –30 और सार्व अंतर 8 है। n ज्ञात कीजिए।

34. कनिका को उसका जेब खर्च 1 जनवरी 2008 को दिया गया। वह इसमें से अपने पिग्गी बैंक में पहले दिन 1 रु डालती है, दूसरे दिन 2 रु डालती है, तीसरे दिन 3 रु डालती है तथा ऐसा ही महीने के अंत तक करती रहती है। उसने अपने जेब खर्च में से 204 रु खर्च भी किए और पाया कि महीने के अंत में उसके पास अभी भी 100 रु शेष हैं। उस महीने उसको कितना जेब खर्च मिला था?

35. यासमीन पहले महीने में 32 रु की बचत करती है, दूसरे महीने में 36 रु की बचत करती है तथा तीसरे महीने में 40 रु की बचत करती है। यदि वह इसी प्रकार बचत करती रहे, तो कितने महीने में वह 2000 रु की बचत कर लेगी?

(E) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1: किसी AP में चार क्रमागत संख्याओं का योग 32 है तथा पहले और अंतिम संख्याओं

के गुणनफल और दो मध्य संख्याओं के गुणनफल का अनुपात 7 : 15 है। वे संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

हल : मान लीजिए कि AP में चारों क्रमागत संख्याएँ

$a - 3d, a - d, a + d, a + 3d$

अतः, $a - 3d + a - d + a + d + a + 3d = 32$

$$4a = 32$$

$$a = 8$$

साथ ही, $$\frac{(a-3d)(a+3d)}{(a-d)(a+d)} = \frac{7}{15}$$

या, $$\frac{a^2 - 9d^2}{a^2 - d^2} = \frac{7}{15}$$

अर्थात्, $15a^2 - 135d^2 = 7a^2 - 7d^2$

या, $8a^2 - 128d^2 = 0$

या, $$d^2 = \frac{8 \times 8 \times 8}{128} = 4$$

या, $d = \pm 2$

अतः, जब $a = 8$ है, और $d = 2$ है तो वाँछित संख्याएँ 2, 6, 10, 14 हैं।

प्रतिदर्श प्रश्न 2: समीकरण $1 + 4 + 7 + 10 + ... + x = 287$ को हल कीजिए।

हल :

यहाँ, 1, 4, 7, 10, ..., x से एक AP बनती है, जिसमें $a = 1$, $d = 3$ और $a_n = x$ है।

हमें प्राप्त है: $a_n = a + (n - 1)d$

अतः, $x = 1 + (n - 1) \times 3 = 3n - 2$

साथ ही, $S = \frac{n}{2}(a + l)$

अतः, $287 = \frac{n}{2}(1+x)$

$= \frac{n}{2}(1+3n-2)$

या, $574 = n\ (3n - 1)$

या, $3n^2 - n - 574 = 0$

अतः, $n = \frac{1 \pm \sqrt{1+6888}}{6}$

$= \frac{1 \pm 83}{6} = \frac{84}{6}, \frac{-82}{6}$

$= 14, \frac{-41}{3}$

क्योंकि n ऋणात्मक नहीं हो सकती, इसलिए $n = 14$ है।

अतः, $x = 3n - 2 = 3 \times 14 - 2 = 40$

वैकल्पिक हल:

यहाँ, 1, 4, 7, 10, ... x से एक AP बनती है, जिसमें $a = 1$, $d = 3$ और $S = 287$ है।

हमें प्राप्त है:, $S = \frac{n}{2}\ 2a + (n-1)d$

अतः, $287 = \frac{n}{2}\ 2 + (n-1) \times 3$

या, $574 = n(3n-1)$

या, $3n^2 - n - 574 = 0$

अब, ऊपर की ही तरह प्रश्न को पूरा कीजिए।

प्रश्नावली 5.4

1. किसी AP के प्रथम पाँच पदों के योग और उसी AP के प्रथम सात पदों के योग का योग 167 है। यदि इस AP के प्रथम दस पदों का योग 235 है, तो इसके प्रथम 20 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

2. ज्ञात कीजिए :

(i) 1 और 500 के बीच के उन पूर्णांकों का योग जो 2 के भी गुणज हैं और 5 के भी गुणज हैं।

(ii) 1 से 500 तक के उन पूर्णांकों का योग जो 2 के भी गुणज हैं और 5 के भी गुणज हैं।

(iii) 1 से 500 तक के उन पूर्णांकों का योग जो 2 या 5 के गुणज हैं।

[संकेत (iii) : ये संख्याएँ होंगी : 2 के गुणज + 5 के गुणज – 2 और 5 दोनों के गुणज]

3. किसी AP का 8वाँ पद उसके दूसरे पद का आधा है तथा 11वाँ पद उसके चौथे पद के एक तिहाई से 1 अधिक है। 15वाँ पद ज्ञात कीजिए।

4. किसी AP में 37 पद हैं। बीचो-बीच के तीन पदों का योग 225 है तथा अंतिम तीन पदों का योग 429 है। वह AP ज्ञात कीजिए।

5. 100 और 200 के बीच के उन पूर्णांकों का योग ज्ञात कीजिए, जो

(i) 9 से विभाज्य हैं।

(ii) 9 से विभाज्य नहीं हैं।

[संकेत (ii) : ये संख्याएँ होंगी: कुल संख्याएँ – 9 से विभाज्य संख्याएँ]

6. किसी AP के 11वें पद का 18वे पद से अनुपात 2 : 3 है। 5वें पद का 21वें पद से अनुपात ज्ञात कीजिए तथा साथ ही प्रथम पाँच पदों के योग का प्रथम 21 पदों के योग से अनुपात ज्ञात कीजिए।

7. दर्शाइए कि उस AP का योग, जिसका प्रथम पद a, द्वितीय पद b और अंतिम पद c हो,

$$\frac{(a+c)(b+c-2a)}{2(b-a)}$$

के बराबर है।

8. समीकरण $-4 + (-1) + 2 + ... + x = 437$ को हल कीजिए।

9. जसपाल सिंह अपने कुल 118000 रु के ऋण को मासिक किस्तों में, 1000 रु की पहली किस्त से प्रारंभ करते हुए, चुकाता है। यदि वह प्रति मास की किश्त 100 रु बढ़ाता जाता है, तो उसके द्वारा 30वीं किस्त में कितनी राशि चुकाई जाएगी? 30वीं किस्त के बाद उसको कितना ऋण चुकाना और शेष रहेगा?

10. किसी स्कूल के विद्यार्थियों ने, स्कूल के वार्षिक दिवस के उपलक्ष्य में, स्कूल के सीधे मार्ग पर रंगीन झंडियाँ लगाकर स्कूल को सजाने का निर्णय लिया। उनके पास 27 झंडियाँ थीं जिन्हें प्रत्येक 2 मीटर के अंतराल पर लगाया जाना है। इन झंडियों को बीचो-बीच की झंडी के स्थान पर एकत्रित कर लिया जाता है। झंडियाँ लगाने का कार्य रुचि को सौंपा गया। रुचि ने अपनी पुस्तकें वहीं रख दीं जहाँ झंडियों को एकत्रित किया गया था। वह एक बार में केवल एक ही झंडी ले जा सकती है। उसने इस कार्य को पूरा करने तथा अपनी पुस्तकें ले आने के लिए कुल कितनी दूरी तय की? एक झंडी हाथ में लिए हुए आते अधिकतम कितनी दूरी तय की?